

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN VASLUI
Olimpiada de matematică – faza locală
(13.02.2010)

Subiecte pentru clasa a VII-a

1.(7p) Arătați că dacă $x, y \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $5x^3 + 2x^2y = 2y^3 + 5xy^2$, atunci $\frac{3x+4y}{4x+3y} \in \mathbb{Z}$.
(E:13875 G.M.7-8-9/ 2009)

2.(7p) Se consideră numerele $\overline{ab0}, \overline{ab1}, \overline{ab2}, \dots, \overline{ab2006}$ scrise în baza zece. Arătați că $\sqrt{\overline{ab0} + \overline{ab1} + \overline{ab2} + \dots + \overline{ab2006}} + 1$ este irațional.

(prof. Adrian Talașman)

3.(7p) Fie ABCD paralelogram și O punctul de intersecție al diagonalelor. Fie un punct $E \in (AD)$ astfel încât $BE = 2AO$. Notăm cu F intersecția dintre BE și AO. Dacă se știe că $m(\angle EAF) = 60^\circ$, calculați $m(\angle AEF)$.

(prof. Flavia și Constantin Anton)

4.(7p) În triunghiul ABC, avem $m(\angle ABC) = 2m(\angle ACB)$ și $AB = 8$ cm.

a) Dacă lungimea lui BC este exprimată printr-un număr natural să se determine câte valori poate lua BC.

b) Dacă $AB = n$, unde $n \in \mathbb{N}^*$, să se determine lungimea segmentului [BC] când poate avea numai o singură valoare. În această situație care este natura triunghiului ABC.

(prof. Niculai Solomon)

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul alocat pentru rezolvare este de 3 ore.